SZIGORLATI BEUGRÓ

2009. JÚNIUS 16.

Név:

Minden (rész)feladat 5 pontot ér, összesen 50 pont. 30 pontot kell elérni.

1. Adja meg az $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z) = (\mathrm{e}^{xyz}, \sin x)$ függvény deriváltját a $P = (1{,}2{,}3)$ pontban!

2. Mondja ki az iránymenti derivált és a derivált kapcsolatáról tanult tételt!

   (a) Bizonyítsa a fenti tételt!

   (b) Számítsa ki az $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$ függvény $v = (\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}})$ irány menti deriváltját a $P = (1{,}2)$ pontban!

3. Mondja ki a a folytonosan differenciálható függvény primitív függvénye létezésére tanult szükséges és elégséges feltételről szóló tételt!

   (a) Bizonyítsa a „szükséges” irányt!

   (b) Ellenőrizze a tétel feltételeinek teljesülését az $f(x,y)=(x+y,x+y)$ függvényre, és adja meg egy primitív függvényét!

4. Legyen f egy $\mathbb{R}^p$-ből $\mathbb{R}$-be képező függvény!

   (a) Definiálja f-nek egy $a \in intD(f)$ pontbeli 2. Taylor-polinomját! Mondja ki azt az állítást, ami arról szól, hogy ez a Taylor-polinom milyen rendben közelíti f-et!

   (b) Melyik fontos tétel bizonyításában használtuk a fenti állítást? Mondja ki a tételt!

5. Mondja ki a nyílt leképezések tételét!