

Szigorlati beugró 2009. június 26.

Név:

Minden (rész)feladat 5 pontot ér, összesen 50 pont. 30 pontot kell elérni.

1. Mondja ki az $f : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvény lokális szélsőértékére vonatkozó szükséges és elégséges feltételről szóló tételt!

(a) Definiálja a tételben szereplő összes fogalmat!

(b) Ellenőrizze a tétel feltételeinek teljesülését az $f(x, y) = x^2 + y^2$ függvényre a $(0, 0)$ pontban!

2. (a) Mondja ki az egyváltozós folytonos inverz létezéséről szóló tételt!

(b) Bizonyítsa a tételt!

3. Mondja ki a Lagrange-féle multiplikátor-elvet!

4. Mondja ki a görbe ívhosszára tanult képletről szóló tételt!

(a) Bizonyítsa („közelítőleg”) az állítást!

(b) Számítsa ki a $g(t) = \left(t, \frac{2}{3}(t-1)^{\frac{3}{2}}\right)$, $t \in [1,4]$ görbe ívhosszát!

5. Írja fel az $f(x, y) = 4x^2 - 16x + xy + y^2 + 6y + 18$ függvény $P = (2,1)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét!