Szigorlati beugró 2009. június 30.

Név:

Minden (rész)feladat 5 pontot ér, összesen 50 pont. 30 pontot kell elérni.

1. Mondja ki az $f : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvény lokális szélsőértékére vonatkozó szükséges és elégséges feltételről szóló tételt!

   (a) Definiálja a tételben szereplő összes fogalmat!

   (b) Ellenőrizze a tétel feltételeinek teljesülését az $f(x, y)=2x^2+y^2$ függvényre a (0,0) pontban!

2. (a) Mondja ki az egyváltozós folytonos inverz létezéséről szóló tételt!

   (b) Bizonyítsa a tételt!

3. Legyen $f(x,y)=(\mathrm{e}^x\cos y, \mathrm{e}^x\sin y)$.
   (a) Melyek azok az $(x_0,y_0)\in\mathbb{R}^2$ pontok, amelyekben alkalmazható f-re az inverzfüggvénytétel?

   (b) Van-e primitív függvénye f-nek?

4. Mondja ki a Lagrange-féle multiplikátor-elvet!

5. Írja fel az $f(x,y)=x^3y^2-\mathrm{e}^x\cdot y+\sin y$ függvény $P=(0,\pi)$ pontbeli
   (a) érintősíkját!

   (b) 2. Taylor-polinomját!