

# ANALÍZIS I. TÉTELSOR

MATEMATIKA BSC  
2008/2009. TAVASZI FÉLÉV

Tudnivalók a vizsgáról: a vizsga írásban fog történni. Csak indexet, diákigazolványt (vagy személyit), tiszta papírt, írószerszámot és enni-innivalót hozhatnak be a terembe. A vizsga anyaga: ami előadáson elhangzott. Minden témakörhöz kell tudni az előadáson elhangzott definíciókat, valamint állításokat, tételeket (stb.), és ezek bizonyítását.

- (1) Logikai műveletek, jelek. Logikai állítások összekapcsolása, tagadása. Indirekt bizonyítás. Teljes indukció.
- (2) Bernoulli-egyenlőtlenség. Számítási-mértani-harmonikus közép közti egyenlőtlenségek. Fibonacci-számok. Binomiális tétel
- (3) Halmazelméleti alapfogalmak és műveletek. Függvény fogalma, injektív, bijektív függvény, inverzfüggvény. Megszámlálható(an végtelen) halmazok:  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  megszámlálható,  $[0, 1]$  nem megszámlálható. Relációk, ekvivalenciareláció.
- (4) Valós számok. Műveletek és rendezési tulajdonságok. Archimédeszi és Cantor-tulajdonság, következmények. Felső és alsó határ létezése.
- (5) Valós számsorozatok. Részsorozat. Sorozat konvergenciája, divergenciája. Rendőrlv. Határérték és műveletek. Határérték és rendezés.
- (6) Számsorozatok végtelen határértéke. Végtelen határérték és műveletek.
- (7) Monoton sorozatok. Bolzano-Weierstrass tétel. Cauchy-féle konvergenciakritérium.
- (8) Sorozatok limes superiorja és limes inferiorja.
- (9) Sorozatok számtani-, mértani-, és harmonikusközép-sorozatai. Nevezetes sorozatok és határértékeik.
- (10) Pozitív valós számok racionális és valós kitevőjű hatványai. A hatványozás tulajdonságai.
- (11) Végtelen numerikus sorok. Konvergenciakritériumok: majoráns (minoráns), gyök-, hányadoskritérium. Abszolút konvergencia sorok. Leibniz-sorok.
- (12) Végtelen sorok alkalmazásai. Végtelen tizedestörtek.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e$ .
- (13) Függvények határértéke. Halmaz torlódási pontja  $\overline{\mathbb{R}}$ -ban. Átviteli elv. Függvény-határérték és műveletek.
- (14) Függvények folytonossága. Átviteli elv. Folytonosság és műveletek.
- (15) Kompozíciófüggvény folytonossága és határértéke.
- (16) Nevezetes függvényhatárértékek.  $f(x)^{g(x)}$  alakú határérték.

- (17) Jobb és bal oldali határérték. Monoton függvények határértéke. Szakadási pontok osztályozása.
- (18) Intervallumon értelmezett folytonos függvények tulajdonságai: Darboux tétele, Bolzano-tétel. Intervallumon értelmezett folytonos függvény értékkészlete. Weierstrass tétele. Intervallumon értelmezett folytonos függvény inverze.
- (19) Függvény deriváltja. Különbséghányados-függvény, érintő. Függvény deriváltja és műveletek. Kompozíciófüggvény deriváltja. Inverzfüggvény deriváltja.
- (20) Elemi függvények és tulajdonságaik (értelmezési tartomány, értékkészlet, paritás, monotonitás, határértékek, folytonosság, derivált): hatvány, racionális tört, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus, hiperbolás függvények, trigonometrikus és hiperbolás függvények inverzei. Fontos összefüggések.
- (21) Egyenletes folytonosság. Heine tétele (csak kimondani).