

**Analízis vizsga MINTA**  
**I. Matematika Bsc, keresztfélév**

A vizsgán semmilyen segédeszköz nem használható, mobiltelefonok csak kikapcsolt állapotban hozhatóak be. A szabályok elleni vétség elégtelen vizsgával jár. A vizsga 120 perc.

1. Mondja ki a felsőhatár-tulajdonságot! Sorolja fel a valós számok rendezési tulajdonságait! (3+7 pont)
2. Mondja ki és igazolja a binomiális tételt! (3+10 pont)
3. Mondja ki és bizonyítsa be a Weierstrass-tételt! (4+10 pont)
4. Határozza meg és vezesse le a következő határértéket. Pontosan indokoljon, hol milyen tételt használ és miért szabad azt a tételt használni. (6 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

5. Mondja ki és bizonyítsa be a végtelen sorokra vonatkozó Cauchy-féle gyökkritériumot! (5+12 pont)
6. Adja meg levezetéssel a következő határértékeket!
  - (a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = ?$  (6 pont)
  - (b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_c x}{x^p} = ?$   $c, p > 0, c \neq 1$  (6 pont)
7. Mondja ki a függvény deriválhatóságára vonatkozó 2 definíciót a különbséghányados-függvény ill. az érintő segítségével is! Definiálja ezeket a fogalmakat is! (4+4 pont)
8. Mondja ki a következő tételeket!
  - (a) Darboux tétele (5 pont)
  - (b) Monoton függvény határértékéről szóló tétel (5 pont)
9. A következő kérdéseknél válaszát indokolja!

- (a) Igaz-e, hogy az  $f$  függvény határértéke az  $x_0 \in D(f)'$  pontban az  $a$  szám, ha

$$\forall \delta > 0\text{-hoz } \exists \xi > 0, \text{ hogy } \forall x \in D(f), |x - x_0| < \delta \text{ esetén } |f(x) - a| < \xi?$$

(5 pont)

- (b) Igaz-e, hogy az  $(a_n)$  sorozat konvergens, ha

$$\exists A \in \mathbb{R}, \text{ hogy } \forall \varepsilon \in \mathbb{R}^+, \forall N \in \mathbb{N} \text{ és } \forall n \in \mathbb{N}, n \geq N \text{ esetén } |a_n - A| < \varepsilon?$$

(5 pont)

Összesen 100 elérhető pont. Várhatóan 40% kell az elégségeshez.